

Mathematical Practices

By John SanGiovanni, M.Ed.

Mathematical Practices are the heart of the Common Core State Standards for Mathematics. They are the skills and habits of mind that students need to become mathematically proficient.

Mathematical Practices are the skills and habits of mind that students need to become mathematically proficient. They are the heart of the Common Core State Standards for Mathematics.

Mathematical Practices are the skills and habits of mind that students need to become mathematically proficient. They are the heart of the Common Core State Standards for Mathematics.

Principles and Standards for School Mathematics (2001)



John SanGiovanni, M.Ed., is a mathematics educator and author. He has written several books, including *Putting the Practices Into Action* and *Mastering the Basic Math Facts*.

Pa 7: L F a Ma

(MP7)

Handwritten text for Pa 7, consisting of approximately 10 lines of dense script.

Pa 8: L F a Ma U

(MP8)

Handwritten text for Pa 8, consisting of approximately 10 lines of dense script.

Handwritten text for Pa 8, consisting of approximately 10 lines of dense script.

1.8. \mathbb{C} is a real vector space



1. Die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 1\}$

Nach Lemma 1.10 sind die Pumpenoperationen auf L nicht abgeschlossen. Um dies zu zeigen, betrachten wir ein Wort $w = a^n b^m$ mit $n, m \geq 1$. Wir wählen $p = n$, $q = 1$ und $r = 0$. Dann ist $w = a^n b^m = a^n b^m a^0 b^0 a^0 b^0 = a^n b^m a^0 b^0 a^0 b^0$. Nach Pumpen i Mal erhalten wir $w_i = a^{n+ip} b^{m+iq} = a^{n+ip} b^{m+i}$. Für $i \neq 0$ ist $w_i \notin L$, da $n+ip \neq m+i$ für $n, m \geq 1$ und $i \neq 0$.
Für $i = 0$ erhalten wir $w_0 = a^n b^{m-1}$. Für $m = 1$ ist $w_0 \notin L$, da $n \neq 0$.
Für $m > 1$ ist $w_0 \in L$, da $n \geq 1$ und $m-1 \geq 1$.

2. Die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 1, n = m\}$

Nach Lemma 1.10 sind die Pumpenoperationen auf L nicht abgeschlossen. Um dies zu zeigen, betrachten wir ein Wort $w = a^n b^n$ mit $n \geq 1$. Wir wählen $p = n$, $q = 1$ und $r = 0$. Dann ist $w = a^n b^n = a^n b^n a^0 b^0 a^0 b^0 = a^n b^n a^0 b^0 a^0 b^0$. Nach Pumpen i Mal erhalten wir $w_i = a^{n+ip} b^{n+iq} = a^{n+ip} b^{n+i}$. Für $i \neq 0$ ist $w_i \notin L$, da $n+ip \neq n+i$ für $n \geq 1$ und $i \neq 0$.

3. Die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 1, n \leq m\}$

Nach Lemma 1.10 sind die Pumpenoperationen auf L nicht abgeschlossen. Um dies zu zeigen, betrachten wir ein Wort $w = a^n b^m$ mit $n, m \geq 1$ und $n \leq m$. Wir wählen $p = n$, $q = 1$ und $r = 0$. Dann ist $w = a^n b^m = a^n b^m a^0 b^0 a^0 b^0 = a^n b^m a^0 b^0 a^0 b^0$. Nach Pumpen i Mal erhalten wir $w_i = a^{n+ip} b^{m+iq} = a^{n+ip} b^{m+i}$. Für $i \neq 0$ ist $w_i \notin L$, da $n+ip > m+i$ für $n, m \geq 1$ und $i \neq 0$.
Für $i = 0$ erhalten wir $w_0 = a^n b^{m-1}$. Für $m = 1$ ist $w_0 \notin L$, da $n \geq 1$ und $m-1 = 0$.
Für $m > 1$ ist $w_0 \in L$, da $n \geq 1$ und $m-1 \geq 1$.

4. Die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 1, n = 2m\}$

Nach Lemma 1.10 sind die Pumpenoperationen auf L nicht abgeschlossen. Um dies zu zeigen, betrachten wir ein Wort $w = a^{2m} b^m$ mit $m \geq 1$. Wir wählen $p = 2m$, $q = 1$ und $r = 0$. Dann ist $w = a^{2m} b^m = a^{2m} b^m a^0 b^0 a^0 b^0 = a^{2m} b^m a^0 b^0 a^0 b^0$. Nach Pumpen i Mal erhalten wir $w_i = a^{2m+ip} b^{m+iq} = a^{2m+ip} b^{m+i}$. Für $i \neq 0$ ist $w_i \notin L$, da $2m+ip \neq 2(m+i)$ für $m \geq 1$ und $i \neq 0$.
Für $i = 0$ erhalten wir $w_0 = a^{2m} b^{m-1}$. Für $m = 1$ ist $w_0 \notin L$, da $2 \neq 2(m-1) = 0$.
Für $m > 1$ ist $w_0 \notin L$, da $2m \neq 2(m-1)$.

5. Die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 1, n \leq 2m\}$

Nach Lemma 1.10 sind die Pumpenoperationen auf L nicht abgeschlossen. Um dies zu zeigen, betrachten wir ein Wort $w = a^n b^m$ mit $n, m \geq 1$ und $n \leq 2m$. Wir wählen $p = n$, $q = 1$ und $r = 0$. Dann ist $w = a^n b^m = a^n b^m a^0 b^0 a^0 b^0 = a^n b^m a^0 b^0 a^0 b^0$. Nach Pumpen i Mal erhalten wir $w_i = a^{n+ip} b^{m+iq} = a^{n+ip} b^{m+i}$. Für $i \neq 0$ ist $w_i \notin L$, da $n+ip > 2(m+i)$ für $n, m \geq 1$ und $i \neq 0$.

- Die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 1, n \leq 2m\}$
- Die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 1, n \leq m\}$

- 2D images are formed by the intersection of the light rays on the image plane.
- The image plane is perpendicular to the optical axis.
- The image plane is located at a distance v from the lens.

For a given object distance u , the image distance v is determined by the lens equation. The image height v is determined by the magnification equation. The image is real and inverted when $u > f$. The image is virtual and upright when $u < f$.

The image distance v is the distance from the lens to the image plane. The image height v is the height of the image on the image plane. The image is real and inverted when $u > f$. The image is virtual and upright when $u < f$.

	a
- The image is real and inverted.	- The image is real and inverted.
- The image is larger than the object.	- The image is larger than the object.
- The image is located on the opposite side of the lens from the object.	- The image is located on the opposite side of the lens from the object.
- The image is formed by the intersection of the light rays.	- The image is formed by the intersection of the light rays.
- The image is formed on the image plane.	- The image is formed on the image plane.
- The image is formed at a distance v from the lens.	- The image is formed at a distance v from the lens.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} = \infty$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^4} = \infty$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^5} = \infty$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^6} = \infty$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^7} = \infty$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^8} = \infty$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^9} = \infty$

1. (01). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages, and innovative teaching.* [https://www.illustrativemathematics.org/MS-Mathematical-Mindsets](#)

2. (01). *20 Disappearing jobs.* [https://www.illustrativemathematics.org/MS-Mathematical-Mindsets](#)